Годишник на секция "Информатика"
Съюз на учените в България
Том 4, 2011, 95-102

Annual of "Informatics" Section
Union of Scientists in Bulgaria
Volume 4, 2011, 95-102

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИ ОСНОВИ НА ЗАДАЧАТА ЗА РАЗПОЗНАВАНЕ НА СЪСТОЯНИЯТА ПО КОСВЕНИ ПРИЗНАЦИ

Асен Недев[1], Димитър Димитракиев[2], Георги Антонов[1]

[1] Технически университет – Варна
[2] Висше училище Международен колеж, Добрич
email: `ddimitrakiev@yahoo.com`

Резюме: Чрез оценката на състоянието на обектите се решава общата методологична задача за управление и диагностика на една производствена или енергетична уредба. Предполагаме, че разполагаме с измервания на признаците за всеки от класовете на състояние, които са обект на диагностика. На тази основа търсим критерии, които се основават на разпределението (разположението) на данните от измерванията в пространството на косвените признаци в условията „размитост". Решенията на задачата се свеждат до определяне на точката, отговаряща на текущото състояние на обекта и причисляването ѝ към този клас на състояние, до който тя е най-близко разположена. Представени са четири различни подхода за решаване на общата задача за разпознаване на състоянието, между които има много общо по отношение на формализацията и начините за достигане на оптимални решения.
Ключови думи: Диагностика, Разпознаване на състояние, Дисперсионен анализ, Параметрично и непараметрично обучение.

1. Въведение

Като изхождаме от основната идея за определяне на състоянието приемаме, че то в даден момент се смята за известно, ако са известни значенията на всички негови параметри $\overline{X}(X_1, X_2, ..., X_j, ..., X_m)$. При невъзможност за прякото им измерване, решението на задачата за разпознаване на състоянието може да се търси, ако неизвестните параметри на състоянието са изразени посредством достъпните за непосредствено измерване косвени вторични признаци $\overline{Y}(Y_1, Y_2, ..., Y_i, ..., Y_n)$ със съотношение от вида на уравнение (1).

$$\overline{X} = A\overline{Y}\,, \tag{1}$$

където $\overline{Y}$ е вектор на признаците; $\overline{X}$ е вектор на състоянието, а A е линеен или нелинеен оператор.

Това решение би могло да се търси във вида на аналогични линейни или нелинейни процедури, записани най-общо във вида на системите (2) и (3).

$$\overline{Y} = F(\overline{X}) \text{ – обучение} \tag{2}$$

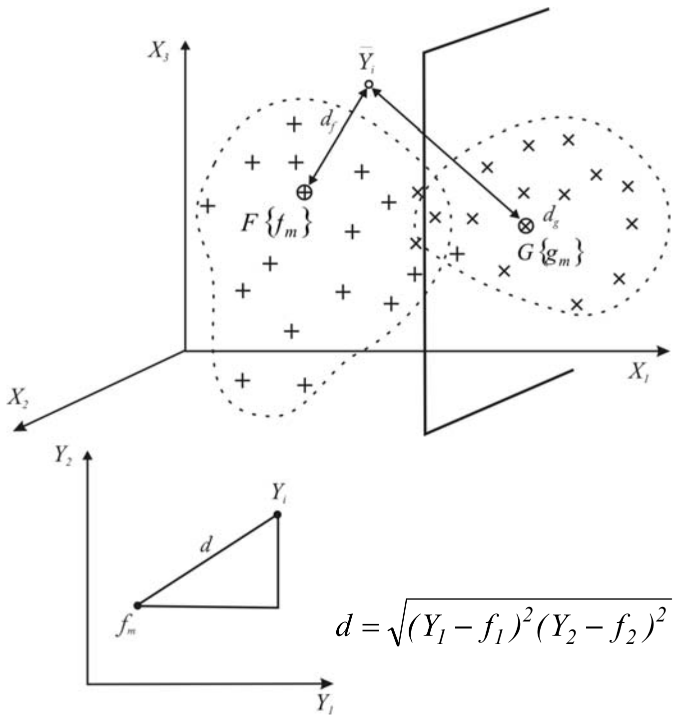
$$\overline{X} = F^{-1}(\overline{Y}) \text{ – разпознаване} \tag{3}$$

Привлекателността и логическата завършеност на аналитичните процедури от този тип са причина в много случаи, особено в първите работи по разпознаване на образи, да се търсят аналитични решения в детерминирана постановка без да се отчита случайният характер на параметрите на състоянието, режимните и външните фактори и на косвените признаци, явяващи се техни функции. Тези влияния се проявяват в резултат на сложни физически или обществени взаимодействия, тяхното отчитане с детерминирани зависимости е невъзможно, което не позволява създаването на точни разпознаващи модели от вида (2) и (3). В действителност ако означим с вектора $\overline{X}$ пространството на състоянията, а с $\overline{Y}$ – пространството на признаците, можем да интерпретираме всяко решение на системата (2), като точка в пространството на признаците, а решенията на системата (3) са точки в пространството на състоянията. Класовете в пространството на състоянията не се пресичат, а в пространството на косвените признаци множествата, съответстващи на отделните класове се пресичат. Този факт лишава от смисъл и перспектива използването на детерминираните аналитични процедури (1 ÷ 3) за разпознаване, освен в някои най-прости случаи. Поради това, вместо да търсим пълната система от решения на горната процедура, свеждаме задачата за разпознаване в условията на „размитост" като определяне в пространството на косвените признаци $(\overline{Y})$ на точката, отговаряща на текущото състояние на обекта и причисляването ѝ към този клас на състояние, до който тя е най близко разположена (фиг. 1). При това понятието разстояние в зависимост от приетите критерии и подходи може да има различен смисъл – евклидово, махаланобисово, квадратично или някаква друга абстрактна мярка за близост. В зависимост от смисъла на това понятие съществуват различни подходи за разпознаване.

2. Геометричен подход за решаване на задачата за разпознаване

При геометричния подход за разпознаване, като мярка за определяне близостта или отдалечеността между класовете на състояние в пространството на признаците се използва т.н. Евклидово разстояние. В координатната система на признаците всяко наблюдение $\overline{Y}_i$ се представя като точка с координати $(Y_1^i, Y_2^i, \ldots, Y_n^i)$ – фиг. 1. Задачата се свежда до вземане на решение към кой от класовете (напр. F или G) следва да се причисли измерването, представено като точка $\overline{Y}_i$.

Естествено е да се предположи, че точките, съответстващи на резултатите от измерване на признаците за един и същи клас на състояние (напр. $\{f_m\}$ на фиг. 1) са разположени близо една до друга и по този начин конструират в пространството на признаците област, която отговаря на този клас F. Точките, съответстващи на другия клас ($\{g_m\}$), формират в пространството друга област G. За да може да се реши задачата за разпознаване тези области трябва да са предварително определени в т.н. „процес на обучение“. Приемаме също така, че векторът $\overline{Y}_i$, представен за разпознаване, ще бъде причислен към този клас, до който той е по близо разположен независимо от това, че класовете се пресичат.



Фигура 1. Размитост на класовете в пространството на признаците

В избрания от нас геометричен подход въвеждаме в най-общия случай функцията за подобие като някакво разстояние:

$$L(\overline{Y}_i, X_j) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} a_i (Y_i - Y_{j,i}^m)^2}, \tag{4}$$

където $L(\overline{Y}, X)$ е функция на подобие (разстояние); Y_i е i-тата координата на вектора на наблюдение; $Y_{j,i}^m$ е i-тата координата ($i = 1 \div N$) на m-тата точка от j-тия клас; a_i е коефициент на тежест, отчитащ значимостта на i-тата координата. Ако $a_i = 1$, то разстоянията са Евклидови, а координатната система е ортогонална; ако $a_i \neq 1$, то системата е афинна.

Правилото за приемане на решение е:

$$\begin{aligned} &\overline{Y}_i \in X_j, ако\ \ L(\overline{Y}_i, X_j) = \min L(\overline{Y}_i, X_k); \\ &j, k = 1 \div M \end{aligned} \tag{5}$$

При два класа на състояние функцията на подобие е:

$$S\left(\overline{Y},\{f_m\}\right)=d\left(\overline{Y},\{f_m\}\right) \quad (6)$$

и

$$S\left(\overline{Y},\{g_m\}\right)=d\left(\overline{Y},\{g_m\}\right),$$

а правилото за приемане на решение е:

$$\overline{Y}_i \in F \text{ ако } S\left(\overline{Y}_{\underline{i}},\{f_m\}\right)< S\left(\overline{Y}_{\underline{i}},\{g_m\}\right) \quad (7)$$

При голям брой на класовете на състояние оптималното решение се получава от:

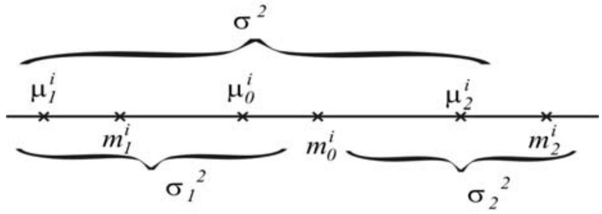
$$\frac{dL}{d\overline{Y}}=0. \quad (8)$$

3. Линеен дискриминант на Фишер – статистически подход при неизвестни разпределения

Този подход може да се разглежда като следствие на предложения от Фишер метод на дисперсионен анализ за оценка еднородността на различни групи от статистически данни. При решаването на тази задача Фишер приема, че две статистически извадки принадлежат към една обща съвкупност (т.е. те са еднородни) в случай, че е изпълнена т.н. нулева хипотеза (фиг. 2):

$$H_0 : \mu_i = \mu_k = \mu_0 \quad (9)$$

където $\mu_k^i (k = 0, 1, 2)$ са математически очаквания (общо и по групи) на показателя с номер i; $m_k^i (k = 0, 1, 2)$ са оценки на математическите очаквания, σ_1^2, σ_2^2 са дисперсии на признака в групите и σ^2 е обща (остатъчна) дисперсия.



Фигура 2. Проверка на еднородността на статистиките

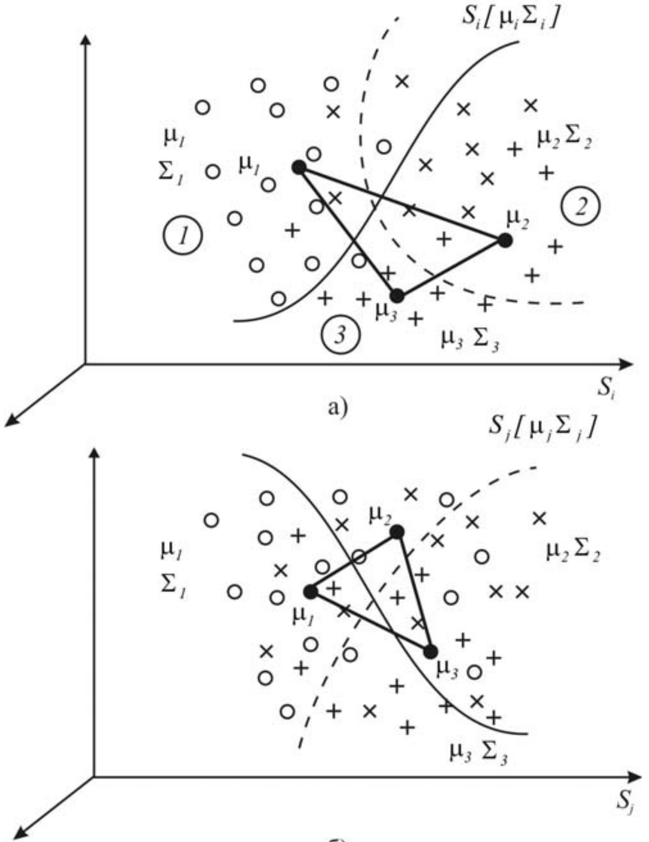
За да се установи изпълнението на предположението за еднородност, Фишер въвежда т.н. „фактор на невярност на нулевата хипотеза“, представляващ квадратична мярка за разстояние

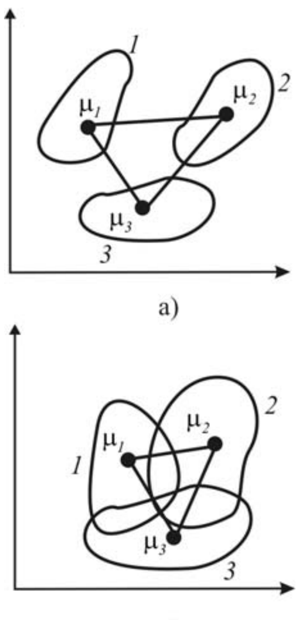
$$\varphi = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{k} n_j(\mu_j - \mu_0)^2}{k\,\sigma^2}} \quad (10)$$

По-нататък дисперсионният анализ се свежда до пресмятането на оценката на фактора на невярност по статистически данни, сравняването му с табличните стойности φ_T, получени за съответния брой на степените на свобода и приемането на решение за еднородност, ако $\varphi < \varphi_T$.

При търсенето на алгоритъм за разпознаване ние използваме обратния подход: кога две или повече съвкупности от данни са по-силно различими, т.е. по-разпознаваеми.

Изхождайки от задачата за синтез на алгоритъм за разпознаваемост можем да твърдим, че една съвкупност от признаци (напр. S_i на фиг. 3а, фиг. 4а) е по-добра от друга (S_j на фиг. 3б, фиг. 4б), ако тя дава по-добри възможности за разпознаване на състоянието.





Фигура 3. Различимост на класовете – многомерен случай

Фигура 4

Следвайки този начин на разсъждение стигаме до заключението, че една статистика е по-разпознаваема от друга, ако събира данните, отговарящи на различните класове в по компактни групи, а самите групи са разположени по-далеч една от друга (фиг. 3а и фиг. 4а).

В търсене на конкретен вид на разпознаващия алгоритъм въвеждаме статистическа оценка на фактора на невярност чрез т.н. дисперсионно отношение:

$$F = \frac{S_{\Omega}{}^2}{S_R{}^2}, \tag{11}$$

където: $S_{\Omega}{}^2$ е оценка на пофакторната (междугрупова) дисперсия; $S_R{}^2$ е остатъчна оценка на дисперсиите (в групите).

Сега можем да формулираме условието за търсения най-добър разпознаващ алгоритъм.

Най-добрият разпознаващ алгоритъм, получаващ се след избраната трансформация на признаците в реалното физическо пространство, трябва да осигурява максимални стойности на пофакторните дисперсии при минимално възможни стойности на остатъчните им оценки, т.е.

$$F = \frac{S_{\Omega}{}^2}{S_R{}^2} = \max. \tag{12}$$

По-нататъшните търсения на конкретната форма на разпознаващия алгоритъм се свежда до намирането на най-подходящи форми за числено представяне на отношението F и търсенето на конкретния алгоритъм за максимизирането му чрез условието:

$$\frac{dF}{dY} = 0. \tag{13}$$

4. Непараметрично обучение

При подхода, известен в теорията като непараметрично обучение, предварително се приемат видът на разделящите функции между класовете на състояние и критерият за точност, а процесът на обучение се свежда до възстановяване на коефициентите за тези функции чрез показване на наблюдения с известна класификация. По същество тук се използва т.н. непараметрично статистическо обучение без да се правят начални предположения относно вида на статистиката. При изпъкнали области, срещащи се най-често при задачи за клъстеризиране на експериментални данни, е удобно използването на разделящи функции от вида:

$$g(Y) = c_0 + \sum_{i=1}^{n} c_i Z_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_{ik} Z_i Z_k \tag{14}$$

След свеждането на задачата към конкретна дихотомия и въвеждане на означенията

$$\overline{Y} = \begin{vmatrix} 1 \\ \overline{Z} \\ \varphi(\overline{Z}) \end{vmatrix}; \quad a = \begin{vmatrix} c_0 \\ c_i \\ c_{ik} \end{vmatrix}; \text{ b – ограничителен вектор,} \tag{15}$$

стигаме до търсене на такъв вектор на коефициентите $\overline{a}$, който да осигурява минимум на грешката.

Съществува голямо многообразие от методи, в чиято основа е заложен смисълът на минимизацията на средноквадратичната грешка.

$$I(a,b) = \|e\|^2 = \|Y.a - b\|^2 = \min \tag{16}$$

Известната в литературата процедура на Хо-Кашяп се свежда до осъществяването на два градиентни спуска:

$$\left.\begin{array}{l}\nabla_a I(a,b) = 2Y^T(Y.a-b) = 0 \Rightarrow Y^T.Y.a = Y^T.b \\ \nabla_b I(a,b) = 2(Y.a-b) = 0\end{array}\right\} \tag{17}$$

От тук сравнително лесно могат да бъдат получени различни рекурентни изчислителни схеми за обучение, подробно описаните в литературата. За нас са съществени процедурите (16) и (17), които както (9) и (14) ни насочват към класическите методи за екстремум на зададена функция.

5. Параметрично обучение при известни разпределения на признаците

В основата на методите за синтез на третата група алгоритми, които ще наречем статистически е заложено въвеждането на някаква мярка на правдоподобие $L(Y_1, Y_2,...,Y_n)$ с последващо търсене на параметрите (класифициращо решение $\overline{Y_i} \in X_j$), които я оптимизират. Тук, както и в предните случаи, с $\overline{Y}_i$ е означен векторът на наблюдение, а $\alpha_j / \overline{Y}_i$ е действие, съответстващо на приемането на решение $\overline{Y_i} \in X_j$ (тук $j = 1 \div m$ е номер на класа на състояние, който е обект на разпознаване). Най-добрата в така въведения смисъл разпознаваща (разделяща) функция $L(Y, \alpha, \rho, c)$ се определя от условието:

$$\frac{\partial L(Y_1, Y_2, ..., Y_n, \alpha, \rho, c)}{\partial \alpha_j} = 0, \tag{18}$$

а класифициращото решение се приема по схемата:

$$\overline{Y}_i \in X_j, \text{ ако } L(Y, \alpha, \rho, c / X_j) > L(Y, \alpha, \rho, c / X_l), \tag{19}$$

при $j \neq l$; $l = 1 \div m$ са брой класове.

Запазвайки смисъла на вече въведените обозначения, тук с $|c|$ сме означили рисковата матрица, а с ρ – някаква мярка на пълната вероятност $P(X_j / \overline{Y_i})$.

От съществено значение за нас е фактът, че процедурата, изразена с уравнения (18) и (19), води до приемането на такова класифициращо решение, осигуряващо достигането до екстремум на обобщената функция на риска $L(Y, \alpha, \rho, c)$, който в зависимост от конкретния вид на рисковата матрица $|c|$ и мярката на вероятността ρ може да бъде минимум или максимум. Това ни дава възможност на базата на тази процедура да разработим статистически алгоритми за управление на риска.

За да може да бъде реализиран този подход е необходимо познаването на законите на разпределение на мярката на вероятността ρ във вида на плътностите или функциите на разпределение на вторичните разпознаващи признаци. В този случай функцията на загубите L приема съвсем конкретен вид, а процедурата (17) може да бъде изпълнена.

Най-често признаците, формиращи вектора на наблюдение $\overline{Y}$ са нормално разпределени: $N[\overline{\mu}, V]$ с параметри: $\overline{\mu}$ – вектор на математическите очаквания и V – ковариационна матрица.

В този случай параметричното обучение се свежда до определяне на оценките на $\overline{\mu}$ и V по разполагаемата статистика. При вече обучен алгоритъм неизвестното наблюдение $\overline{Y}_i$ се причислява към този клас, към който това е най-вероятно.

6. Заключение

Без да правим строги доказателства имаме сериозни основание да приемем, че между четирите общи подхода (геометричен, статистическа различимост, непараметричен и параметричен) има много общо, както по отношение на формалните им записи, така и по начините за достигане на оптимални решения. Това предполага провеждането в бъдеще на допълнителни теоретични изследвания.

Литература

[1] Дуда, Р., П. Харт, *Разпознавание образов и анализ сцен*, Москва, Мир, 1976.

[2] Недев, А. и др., *Техническа диагностика и разпознаване на образи*, ТУ-Варна, 1997.