

**МОДЕЛ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ЕЛИМИНИРАНЕТО НА КОНФЛИКТИ В
КОМУТАЦИОНЕН ВЪЗЕЛ С ОБОБЩЕНИ МРЕЖИ ***

Ташо Д. Ташев¹, Радостина П. Ташева²

¹Институт по информационни технологии – Българска академия на науките
София, България, e-mail: ttaşev@iit.bas.bg

²Технически Университет-София, София, България
e-mail: rpt@tu-sofia.bg

Резюме: Представено е моделиране на процесите на превключване в комутационни възли с апарата на Обобщените мрежи. Специфициран е алгоритъм за елиминиране на конфликтите при превключване в комутационен възел. Предложен е модел на алгоритъма, конструиран със средствата на Обобщените мрежи. Моделът е изследван за оптималност при два режима на постъпващи заявки във възела. Обсъждат се възможностите за паралелно изпълнение на операциите с цел намаляване на времето за получаване на безконфликтно разписание.

1. Увод

Предаването на информация в съвременните информационни системи се извършва на основата на комутация на пакети. Комуникационните им възли осигуряват предаването на информация между източника и назначението и. Комуникационният възел маршрутизира пакетите от своите входове към изходите. Комутаторът на комуникационния възел трябва да управлява този случаен входящ трафик за да елиминира конфликтите в комутационното си поле. Когато пакетиранияте съобщения от два или повече входа трябва да се предадат едновременно през един и същ изход на комутатора, се получава конфликт. Конфликтите се разрешават чрез построяване на безконфликтно трафично разписание за комутатора [1].

При създаването на разписание за мултиплексиран по време комутатор се цели не само предаването на максимално количество пакети за единица време през него, но и минимизиране времето за изчакване на пакетите, а също и минимизиране на вероятността за блокировка на пакети. Постигането едновременно на тези три цели води към проблеми с неполиномиална сложност на решението - NP-complete [1]. Съществуват решения за постигане на част от целите за алгоритъм с последователно изпълнение на операциите. Използват се различни формални апарати: систематични представяния на множеството редове на трафичната матрица, клетъчни автомати, невронни мрежи [2]. При което прякото и коректно сравнение на предлаганите алгоритми е затруднено.

Коректна оценка на решенията може да бъде получена, когато те бъдат описани с един формален апарат. Ние считаме, че формалният апарат на Обобщените

мрежи (ОМ) [3] може да се използва за такива задачи поради възможностите си за моделиране на структурата на изследваните обекти, съпроводено от моделиране на динамиката на протичащите в тях процес. Обобщените мрежи са съвременно формално средство създадено с цел детайлно представяне на връзки между структурата и времевите съответствия в паралелни процеси и апробирано успешно в множество области [4,5,6].

В тази работа се използва ОМ-апарата за построяване на модел на алгоритъм, елиминиращ конфликтите при предаване в пакетен комутатор. Този алгоритъм свежда вероятността за блокировка на пакетите до нула, като е оптимален при пълно натоварване със заявки.

2. Описание на алгоритъма за елиминиране на конфликтите при комутация

Заявката за предаване на пакети през превключващ $n \times n$ линии комутатор се представя с $n \times n$ матрица T , наричана трафична матрица. В трафичната матрица T всеки елемент t_{ij} ($t_{ij} \in [0,1]$) представя заявка за пакети от входа i към изхода j . [1].

Конфликтна ситуация се създава, когато в който и да е ред от матрицата на връзките броя на единиците е по-голям от една, това съответства на случая, когато един източник заявява връзка с повече от един приемник. Наличието на повече от една единица, в която и да е колона от матрицата T е също указание за конфликтна ситуация [7]. Избягването на конфликтите пряко се отнася до производителността на комутационния възел.

Предлаганият алгоритъм се явява модификация на предишни изследвания [8], която цели увеличаване ефективността при пълно натоварване. Същността на предлагания алгоритъм е следната: копираме матрицата T в междинна матрица M . Тази матрица M се проверява последователно по редове за наличието на единици. При първата средната единица записваме в тази клетка на матрицата T нула, а в матрицата M под тази клетка - в нейния стълб (j) – нули. Стойността на тази клетка (единица) се записва в същата клетка на нова матрица R , която наричаме матрица на разрешените безконфликтни връзки. След което преминаваме на следващия ред на матрицата M към клетка от следващия стълб. Така се обхожда този ред до края му. Ако не е намерена клетка със стойност 1, то редът се проверява от клетката на първия стълб до стълба с номер ($j-1$). След проверяване на последния ред на матрицата M е формирана матрицата R , която не съдържа конфликти, и R се предава за управление на комутацията. Матрицата T вече не съдържа изпратените за предаване заявки.

Процесът е итеративен. След първата формирана безконфликтна матрица R копираме вече променената матрица T в междинната матрица M . И повтаряме претърсването. Алгоритъмът привършва действието си, когато в матрицата T не е останала нито една единица, тоест всички заявки са удовлетворени.

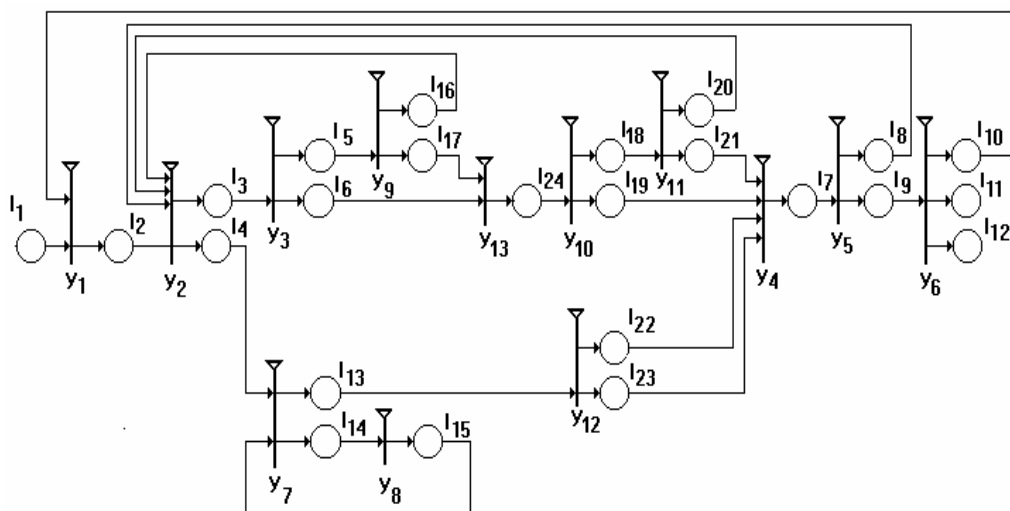
3. ОМ-модел на процеса на комутация

Построяването на ОМ-модел извършваме на основа на следните правила:

- на всеки оператор за сравнение (от алгоритъма) съпоставяме единствен преход в ОМ-модела;
- на всяка група последователни оператори за присвояване (от алгоритъма) съпоставяме един преход в ОМ-модела;

Ядрата в ОМ-модела представят матриците и променливите, използвани в алгоритъма. Всяко ядро може да притежава характеристика с до десет параметъра : $\langle n \rangle$, $\langle T \rangle$, $\langle k \rangle$, $\langle M \rangle$, $\langle R^k \rangle$, $\langle i \rangle$, $\langle j \rangle$, $\langle l \rangle$, $\langle r \rangle$, $\langle j2 \rangle$, $\langle s \rangle$.

Параметърът $\langle n \rangle$ представя размерността на използваните матрици - цяло число $n \in \mathbb{N}$ за размерност $(n \times n)$ на матриците T , M и R . Параметърът $\langle T \rangle$ представя графичната матрица T . Параметърът $\langle M \rangle$ представя междинната матрица M . Параметърът $\langle R \rangle$ представя матрица на разрешените безконфликтни връзки R . Параметърът $\langle i \rangle$ (цяло положително число) представя броя на редовете в матриците : $i \in [1, n]$. Параметърът $\langle j \rangle$ (цяло положително число) представя броя на колоните в матриците: $j \in [1, n]$. Параметърът $\langle k \rangle$ (цяло положително число) представя броя на итерациите. Параметърът $\langle l \rangle$ (цяло положително число) представя броя на клетките на матрицата T в колоната под елемент със стойност единица ($t_{ij} = 1$). Параметърът $\langle r \rangle$ (цяло положително число) представя броя на елементите на T със стойност единица ($t_{ij} = 1$) в текущата итерация. Параметърът $\langle j2 \rangle$ приема стойности от 1 до n , като се използва за определяне на клетката, от която ще започне обхождането на следващия ред. Параметърът $\langle s \rangle$ приема стойности от 0 до n , като се използва за определяне броя на обходените клетки от текущия ред. Предлагания ОМ-модел е показан графично на Фиг. 1.



Фиг. 1 ОМ-модел на алгоритъм за получаване на безконфликтно разписание

Конкретните позиции в модела имат следния смисъл:

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> l_1 – старт; l_2 – инициализирани са параметри; l_3 – няма заявка ($M_{ij}=0$); l_4 – има заявка за предаване ($M_{ij}=1$); l_5 – редът не е обработен ($s \neq n$); | <ul style="list-style-type: none"> l_6 – редът е обработен ($s=n$); l_7 – към нов ред на M ($i+1$); l_8 – M не е претърсена до края по редове; l_9 – M е претърсена до края ($i>n$); l_{10} – необходима е следваща итерация; |
|--|--|

l_{11} – поредната матрица R^k е готова;	l_{18} – следващата клетка е преди n ($j_2 \neq n$);
l_{12} – край;	l_{19} – следващата клетка надхвърля n ($j_2 = n$);
l_{13} – под-колоната на M е нулирана ($l > n$);	l_{20} – още обработка на реда ($s \neq n$);
l_{14} – нулиране на клетка ($M_{ij} = 0$);	l_{21} – редът е обработен ($s = n$);
l_{15} – към следваща клетка ($l+1$);	l_{22} – стълбът не е краен ($j \neq n$);
l_{16} – ред от M не е претърсен до края;	l_{23} – стълбът е краен ($j = n$).
l_{17} – редът от M е претърсен ($j > n$);	

Ядрото α влиза в позиция l_1 с начална характеристика : “ $\langle n \rangle$, $\langle T \rangle$, $\langle R=0 \rangle$, $\langle k \rangle = 0$, $\langle j_2 \rangle = n$ ”.

Формалното описание има вида:

$$y_1 = \langle \{ l_1, l_{10} \}, \{ l_2 \}, r_1, v(l_1, l_{10}) \rangle,$$

където r_1 е показан на фиг.2. На фиг.2 са показани и матриците r_i на предикатите на останалите преходи.

Характеристичната функция е:

$$\Phi_2 = \langle \langle M \rangle := \langle T \rangle, \langle i \rangle = 1, \langle j \rangle = 1, \langle r \rangle = 0, \langle s \rangle = 0 \rangle.$$

$$y_2 = \langle \{ l_2, l_8, l_{16}, l_{20} \}, \{ l_3, l_4 \}, r_2, v(l_2, l_8, l_{16}, l_{20}) \rangle,$$

Предикатът W_1 има следната форма: $W_1 = \langle M_{ij} = 1 \rangle$.

Характеристичните функции :

$$\Phi_3 = \langle \langle j \rangle = j+1, \langle s \rangle = s+1 \rangle, \Phi_4 = \langle \langle T_{ij} \rangle := 0, \langle R^k_{ij} \rangle := 1, \langle l \rangle := i+1, \langle r \rangle := r+1, \langle j_2 \rangle = j \rangle$$

$$y_3 = \langle \{ l_3 \}, \{ l_5, l_6 \}, r_3, v(l_3) \rangle,$$

Предикатът W_2 има следната форма: $W_2 = \langle s = n \rangle$.

Характеристичните функции са празни: $\Phi_5 = \Phi_6 = \langle * \rangle$

$$y_4 = \langle \{ l_{19}, l_{21}, l_{22}, l_{23} \}, \{ l_7 \}, r_4, v(l_{19}, l_{21}, l_{22}, l_{23}) \rangle$$

Характеристичната функция е : $\Phi_7 = \langle \langle s \rangle = 0, \langle i \rangle := i+1 \rangle$.

$$y_5 = \langle \{ l_7 \}, \{ l_8, l_9 \}, r_5, v(l_7) \rangle,$$

Предикатът W_3 има следната форма: $W_3 = \langle i > n \rangle$.

Характеристичните функции са празни : $\langle * \rangle$.

$$y_6 = \langle \{ l_9 \}, \{ l_{10}, l_{11}, l_{12} \}, r_6, v(l_9) \rangle,$$

Предикатът W_4 има следната форма : $W_4 = \langle r = 0 \rangle$.

Характеристичните функции са :

$$\Phi_{10} = \langle \langle k \rangle := k+1, \langle j_2 \rangle = n \rangle, \Phi_{11} = \langle \langle R^k \rangle \text{ е готова за управлението} \rangle \text{ и } \Phi_{12} \text{ е празна.}$$

$$y_7 = \langle \{ l_4, l_{15} \}, \{ l_{13}, l_{14} \}, r_7, v(l_4, l_{15}) \rangle,$$

Предикатът W_5 има следната форма : $W_5 = \langle l > n \rangle$.

Характеристичните функции са : Φ_{13} е празна $\langle * \rangle$, $\Phi_{14} = \langle \langle M_{ij} \rangle := 0 \rangle$.

$$y_8 = \langle \{ l_{14} \}, \{ l_{15} \}, r_8, v(l_{14}) \rangle,$$

Характеристичната функция е: $\Phi_{15} = \langle \langle l \rangle := l+1 \rangle$.

$$y_9 = \langle \{ l_5 \}, \{ l_{16}, l_{17} \}, r_9, v(l_5) \rangle,$$

Предикатът W_6 има следната форма: $W_6 = \langle j > n \rangle$

Характеристичните функции са празни : $\langle * \rangle$

$$y_{10} = \langle \{ l_{24} \}, \{ l_{18}, l_{19} \}, r_{10}, v(l_{24}) \rangle,$$

Предикатът W_7 има следната форма: $W_7 = \langle j_2 = n \rangle$.

Характеристичните функции са празни : $\langle * \rangle$.

$$y_{11} = \langle \{ l_{18} \}, \{ l_{20}, l_{21} \}, r_{11}, v(l_{18}) \rangle,$$

Предикатът W_2 е описан по-горе.

Характеристичните функции са : $\Phi_{20} = \langle j \rangle = n$, $\Phi_{21} = \langle j \rangle = 1$.
 $y_{12} = \langle \{ l_{13} \}, \{ l_{22}, l_{23} \}, r_{12}, v(l_{13}) \rangle$,
 Предикатът W_8 има следната форма: $W_8 = \langle j = n \rangle$
 Характеристичните функции са: $\Phi_{22} = \langle j \rangle = j+1$, $\Phi_{23} = \langle j \rangle = 1$

$r_1 = \begin{array}{c cc} & l_2 & \\ \hline l_1 & true & \\ l_{10} & true & \end{array}$	$r_4 = \begin{array}{c cc} & l_7 & \\ \hline l_{19} & true & \\ l_{21} & true & \\ l_{22} & true & \\ l_{23} & true & \end{array}$	$r_7 = \begin{array}{c ccc} & l_{13} & l_{14} & \\ \hline l_4 & w_5 & \neg w_5 & \\ l_{15} & w_5 & \neg w_5 & \end{array}$	$r_{10} = \begin{array}{c ccc} & l_{18} & l_{19} & \\ \hline l_{24} & \neg w_7 & w_7 & \end{array}$
$r_2 = \begin{array}{c cc} & l_3 & l_4 & \\ \hline l_2 & \neg w_1 & w_1 & \\ l_{16} & \neg w_1 & w_1 & \\ l_8 & \neg w_1 & w_1 & \\ l_{20} & \neg w_1 & w_1 & \end{array}$	$r_5 = \begin{array}{c cc} & l_8 & l_9 & \\ \hline l_7 & \neg w_3 & w_3 & \end{array}$	$r_8 = \begin{array}{c cc} & l_{15} & \\ \hline l_{14} & true & \end{array}$	$r_{11} = \begin{array}{c cc} & l_{20} & l_{21} & \\ \hline l_{18} & \neg w_2 & w_2 & \end{array}$
$r_3 = \begin{array}{c cc} & l_5 & l_6 & \\ \hline l_3 & \neg w_2 & w_2 & \end{array}$	$r_6 = \begin{array}{c ccc} & l_{10} & l_{11} & l_{12} & \\ \hline l_9 & \neg w_4 & true & w_4 & \end{array}$	$r_9 = \begin{array}{c cc} & l_{16} & l_{17} & \\ \hline l_5 & \neg w_6 & w_6 & \end{array}$	$r_{12} = \begin{array}{c ccc} & l_{22} & l_{23} & \\ \hline l_{13} & \neg w_8 & w_8 & \end{array}$

Фиг. 2 Матрици на предикатите на ОМ-модела

4. Свойства на конструируания модел

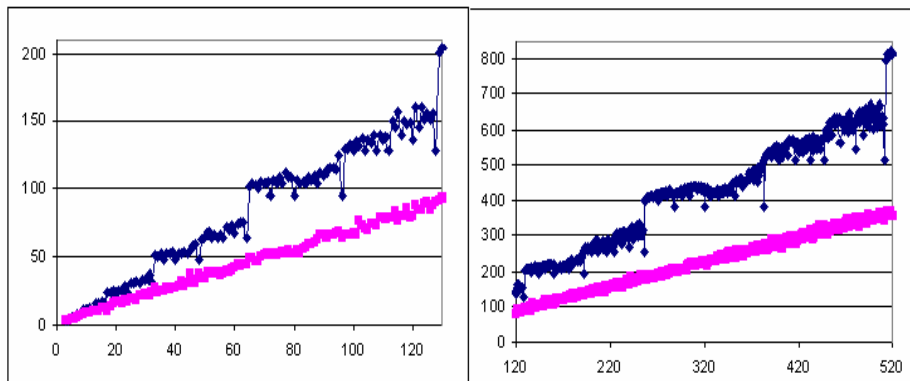
Капацитетът на всички дъги е равен на единица. Капацитетът на всички позиции, е равен на единица, с изключение на l_{11} , чийто капацитет е равен на n . Приоритети на позициите и преходите не са нужни.

Изменената дисциплина на проверки за заявка е въведена по описания по-горе начин, за да се подобри резултатът от действието на алгоритъма при пълна трафична матрица T (n^2 заявки). Компютърното моделиране на представения алгоритъм, а също и изследване на поведението на другия решаващ задачата алгоритъм [8] е извършено със средствата на програмния пакет Vfort на Института по математическо моделиране на Руската академия на науките [9].

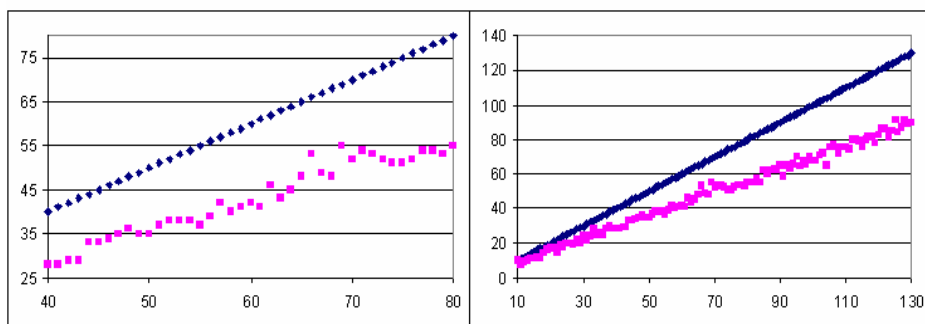
Изследването показва, че за случая на запълнена със заявки трафична матрица T при алгоритъма [8] нейните последен ред и колона се обработват със забавяне. Влошаването на резултата – по-голям брой матрици R с разрешени безконфликтни връзки – се проявява при размерности n на трафичната матрица, различни от 2^k и 2^{k-1} ($n \neq 2^k, 2^{k-1} \ k \in \mathbb{N} \ (k=1,2,3,\dots)$). Докато този алгоритъм решава оптимално задачата при максималното натоварване със заявки. При 50-процентно запълване на трафичната матрица със заявки двата алгоритъма са приблизително равноценни. Изследвани са случаите с размерности на матрицата T до 512×512 клетки. Ще отбележим, че 50% запълване е получено чрез използването на вградения в пакета Vfort генератор на случайни числа. Това в общия случай води до това, че конфликтните ситуации не са точно наполовина от тези при пълна матрица на заявките.

Числените резултати за алгоритъм [8] са показани на Фиг. 3, а за настоящия алгоритъм – на Фиг. 4. Горната графична линия е за пълна матрица на заявките, а долната – за 50%. По абсцисата е размерността на T , а по ординатата – броя на

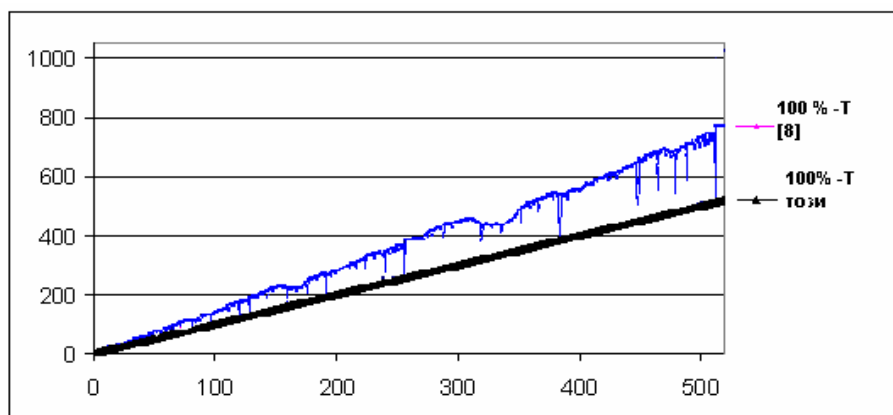
изчислените матрици R в разписанието.



Фиг. 3 Числени резултати за алгоритъма от [8]



Фиг. 4 Числени резултати за настоящия алгоритъм



Фиг. 5 Сравнени резултати за двата алгоритъма при пълна матрица T

Видно е от Фиг. 5, че специфицираният в тази работа алгоритъм дава оптималния брой матрици R , които да формират безконфликтното разписание в случая на максимално количество заявки (най-тежкия режим), при всяка размерност на трафичната матрица.

Специфицираният алгоритъм е с последователно изпълнение – в един времеви интервал сработва само един преход. Но задачата позволява паралелизъм. Чрез делене на матрицата T на 4 под-матрици (2×2) две изчислителни устройства могат да работят паралелно, следвайки дадения алгоритъм. Едното устройство (A) ще обработва горната лява подматрица, а другото (B) – долната дясна. Формирането на обща матрица R^k ще се извършва като обединение на двете изчислени подматрици: $R^k = R_A^k \cup R_B^k$. След обработването (до $r=0$) на тези подматрици устройство A ще поеме горната дясна подматрица, а устройство B – долната лява подматрица. Алгоритмичната сложност ще е $O(n^3/2)$. Граничният вариант е работа на n устройства паралелно, с алгоритмичната сложност на изпълнените операции $O(n^2)$.

5. Заключение

Задача за по-нататъшно изследване е поведението на алгоритмите при слабо запълнена и почти запълнена трафична матрица. Желателно е да се определят най-добро и най-неблагоприятно число матрици R при удовлетворяване на заявките в общия случай. Също така предстои сравняване на алгоритмите по критерий време за пресмятане на безконфликтното разписание. Тогава ще може да се потвърди предимството на предложения алгоритъм.

Литература

- [1] Chen T, Mavor J, Denyer Ph, Renshaw D. Traffic routing algorithm for serial superchip system customisation. IEE Proc.- E, part, Jan 1990, Vol. 137, No. 1. 65-73.
- [2] Gupta P., McKeown N. Designing and Implementing a Fast Crossbar Scheduler. IEEE Micro, Jan.-Feb. 1999, 20-28.
- [3] Atanassov K. Generalized Nets. World Scientific, Sing., N.J., London, 1991.
- [4] Atanassov K. Generalized Nets and System Theory. Akad. Press “Prof.M.Drinov”, Sofia, Bulgaria, 1997.
- [5] Atanassov K., H. Aladjov, Generalized nets in Artificial Intelligence. Vol.2: Generalized nets and Machine Learning, Academic Publishing House “Prof. M. Drinov”, Sofia, 2000.
- [6] Atanassov, K., On Generalized Nets Theory. B. A. Monographs (11) Prof. Marin Drinov Publishing House of the B.A.S., Sofia, 2007. ISBN 978-954-322-237-7.
- [7] Kolchakov K., H. Daskalova, Comparative analyses of approaches for non-conflict scheduling in TDMA radio networks, Proc. of Int. Scientific Conf. “Communication, Electronic and Computer Systems 2000”, May 2000, Sofia, Bulgaria. Vol. 1, 200-205.
- [8] Tashev T.D., Vorobiov V. M. Generalized Net Model of Schedule for Non-Conflict Switch in Communication Node. International Workshop “Distributed Computer and Communication Networks – DCCN’2006” November 2006, Sofia, Bulgaria. IPPI Publ., Moskow, 2006, 118-125.
- [9] <http://www.imamod.ru/~vab/vfort/download.html>